



Model lattice-Boltzmann (LBM) – model sieciowy Boltzmann

Opis matematyczny zjawisk transportu w płynach stosowany w klasycznej mechanice płynów nie jest jedynym sposobem jaki opracowano w fizyce stanu płynnego (Jaworski Z, 2005). Intensywnie rozwijane jest inne podejście, w którym w odróżnieniu od równania Naviera-Stokesa (NS), nie zakłada się ciągłej struktury materii. To podejście stochastyczne bazuje na równaniu Boltzmann (7) (Sukop MC, Thorne Jr. DT, 2007) wyprowadzonym na mocy podstawowych praw mechaniki Newtona (5-6). Jest to nieliniowe równanie różniczkowo-całkowe z całkowym operatorem kolizji (prawa strona równania 7, równanie 8), gdzie $f^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t)$ jest funkcją rozkładu prawdopodobieństwa dla pojedynczej cząstki – znalezienia cząstki „1” o pędzie $\mathbf{p}^1$ w punkcie $\mathbf{x}^1$. Szczegółowy opis poniższych zależności wraz z ich wyprowadzeniem można znaleźć w odnośnej literaturze (Succi S, 2001).

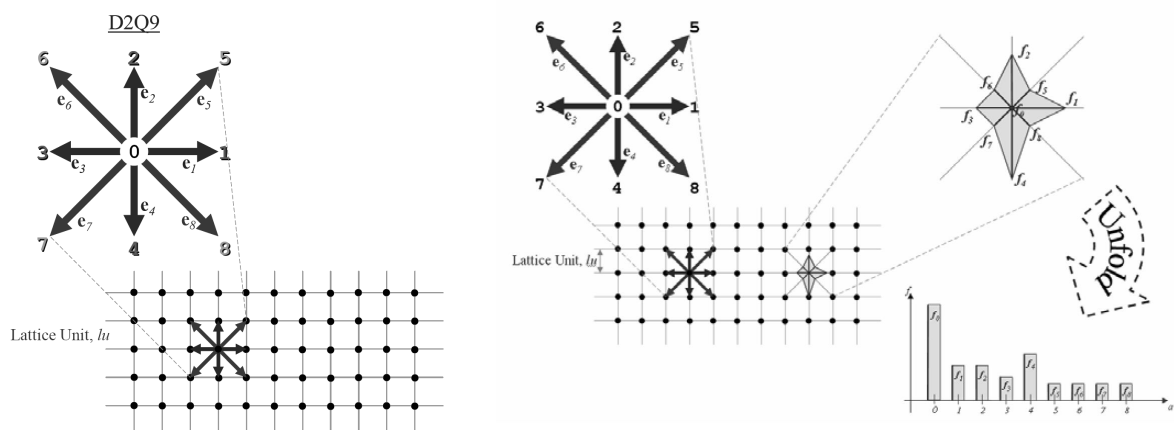
$$\frac{d\vec{x}_i}{dt} = \frac{\vec{p}_i}{m} \quad (5)$$

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_i; \quad i = 1, \dots, N, \quad (6)$$

$$\vec{u} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} f^{(1)} + \vec{F} \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f^{(1)} + \frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} = C_{12} \quad (7)$$

$$C_{12} \equiv \Gamma^{(+)} - \Gamma^{(-)} = \int (f_{1'2'} - f_{12}) g \sigma(g, \Omega) d\Omega d\vec{p}_2 \quad (8)$$

W celu umożliwienia rozwiązania równania Boltzmann, całkowity operator kolizji zastępowany jest uproszczonym modelem kolizji: BGK (Bhatnagar-Gross-Krook), MRT (Multiple-Relaxation-Time), RM (Regularized Model) lub EM (Entropic Model). W metodzie LBM dyskretyzacji podlegają wprost równania, a nie jak w przypadku rozwiązań równań różniczkowych przestrzeni i czas. Rozwiązanie dokonywane jest z punktu widzenia cząstki, redukując liczbę jej możliwych położenia w przestrzeni oraz wartości pędu do ściśle określonej liczby stanów, podobnie dyskretyzacja czasu sprowadza się do określenia jednostkowego kroku Δt . Na rysunku 3 przedstawiono sieć kartezjańską dla prędkości $\mathbf{e}_a$, gdzie $a = 0, 1, \dots, 8$ jest indeksem kierunku. Jest to model typu D2Q9 – dwuwymiarowy, dziewięć wartości wektorów prędkości ($\mathbf{e}_1 \dots \mathbf{e}_4 = 1 \text{ lu ts}^{-1}$, $\mathbf{e}_5 \dots \mathbf{e}_8 = \sqrt{2} \text{ lu ts}^{-1}$).



Rysunek 3. Sieć (lattice) dla prędkości, typu D2Q9. (Sukop MC, Thorne Jr. DT, 2007)

Makroskopowa prędkość $\mathbf{u}$ jest średnią z prędkości mikroskopowych $\mathbf{e}_a$ ważonych funkcją rozkładu dla jednej cząstki – specyficzną dla danego kierunku gęstością f_a (Sukop MC, Thorne Jr. DT, 2007).

Obecnie dostępny jest jeden komercyjny program PowerFlow Exa Corp. do symulacji swobodnych i ograniczonych przepływów laminarnych i turbulentnych płynów z wymianą ciepła



metodą LBM. Przeznaczony jest on głównie do badań aerodynamiki ciał stałych oraz hydrodynamiki przepływu i wymiany ciepła w ciałach porowatych. Ponadto istnieje kilka kodów numerycznych „Open Source” z otwartym, dostępnym na zasadach licencji GNU kodem źródłowym. Technologia „Compute Unified Device Architecture” (CUDA) opracowana przez NVidia umożliwia prowadzenie w wydajny sposób obliczeń równoległych z wykorzystaniem powszechnie dostępnych, niskobudżetowych, wielordzeniowych procesorów graficznych (GPU). Żaden z dostępnych kodów nie jest specjalizowany pod kątem obliczeń i symulacji mikroprzepływów.